

Resolução do caderno de exercícios de Séries Temporais (MEAP)

PARTE 1 – ALISAMENTO EXPONENCIAL.

1. Método Holt-Winters multiplicativo:

t=13: a(13)= 49.701; b(13)=2.268; s(13)=0.8680;

t=14: a(14)= 51.821; b(14)=2.231; s(14)=1.1838;

t=15: a(15)= 53.560; b(15)=2.108; s(15)=0.9509;

t=16: a(16)= 54.602; b(16)=1.841; s(16)=1.0100;

t=17: P(16+1)=48.995 (leia-se previsão a um passo)

t=18: P(16+2)=68.998 (leia-se previsão a dois passos)

t=19: P(16+3)=57.176 (leia-se previsão a três passos)

t=20: P(16+4)=62.590 (leia-se previsão a quatro passos)

2. Método de Holt:

Inicialização t=1: “inicializando com as primeiras 4 observações” →k=2

$$b(1) = \frac{\frac{Y_4 + Y_3}{k} - \frac{Y_2 + Y_1}{k}}{k} = 15$$
$$a(1) = \frac{Y_2 + Y_1}{k} - b(1) \frac{k+1}{2} = 60$$

t=2: a(2)= 79.5; b(2)=15.9;

t=3: a(3)= 97.47; b(3)=16.31;

t=4: a(4)= 118.831; b(4)=17.323;

t=5: a(5)= 146.885; b(5)=19.469;

t=6: a(6)= 181.495; b(6)=22.498;

t=7: P(6+1)=203.993 (leia-se previsão a um passo)

t=8: P(6+2)=226.490 (leia-se previsão a dois passos)

t=9: P(6+3)=248.988 (leia-se previsão a três passos)

3. Método de Holt:

Inicialização t=1: “inicializando com as primeiras 2 observações” →k=1

$$b(1) = \frac{Y_2 - Y_1}{k} = -0.1$$
$$a(1) = Y_1 - b(1) \frac{k+1}{2} = 6.9$$

t=2: a(2)= 6.780; b(2)=-0.101;

t=3: a(3)= 6.703; b(3)=-0.100;

t=4: a(4)= 6.703; b(4)=-0.095;

t=5: a(5)= 6.766; b(5)=-0.087;

t=6: a(6)= 6.744; b(6)=-0.084;

t=7: a(7)= 6.708; b(7)=-0.081;

t=8: P(7+1)=6.627 (leia-se previsão a um passo)

4. Alisamento Exponencial Duplo:

a. Para t=2

$$M_2 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)M_1$$

substituindo os valores

$$23.6 = \alpha 38 + (1 - \alpha)22 \Rightarrow \alpha = \frac{1.6}{16} = 0.1$$

b. $a(1) = 2M_1 - D_1 = 40$; $b(1) = (M_1 - D_1) \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) = 2$.

c. t=6: M(6)=33.405; D(6)=14.1495; a(6)= 52.6605; b(6)=2.1395;

t=7: P(6+1)=54.8 (leia-se previsão a um passo)

t=8: P(6+2)=56.9395 (leia-se previsão a dois passos)

t=9: P(6+3)=59.079 (leia-se previsão a três passos)

5. (Não resolvemos)

6. Note-se que $\hat{Y}_{24} = P(23 + 1) = a(23) + b(23) = 246.48$.

t=23: a(23)= 240.98;

t=24: a(24)= 256.2595; b(24)=6.204;

t=25: P(24+1)=262.464 (leia-se previsão a um passo)

t=26: P(24+2)=268.668 (leia-se previsão a dois passos)

t=27: P(24+3)=274.872 (leia-se previsão a três passos)

7. **Método Holt-Winters Mutiplicativo:**

t=21: a(21)=209.770; b(21)=-0.566; s(21)=0.8231;

t=22: a(22)=220.693; b(22)=1.732; s(22)=0.8292;

t=23: P(22+1)=222.425 (leia-se previsão a um passo)

t=24: P(22+2)=313.819 (leia-se previsão a dois passos)

t=25: P(22+3)=185.939 (leia-se previsão a três passos)

t=26: P(22+4)=188.732 (leia-se previsão a quatro passos)

8. Com $\alpha = 1 \Rightarrow D_t = M_t = Y_t$.

Com $\alpha = 0 \Rightarrow D_t = D_1 = 2M_1 - a(1) \wedge M_t = M_1$, então se

$$\alpha = 0 \wedge a(1) > M_1 \Rightarrow D_t < M_t$$

ou se

$$\alpha = 0 \wedge a(1) < M_1 \Rightarrow D_t > M_t$$

9. **Alisamento Exponencial Duplo:**

t=1: M(1)=3.3(3); D(1)=-8.3(3);

t=2: M(2)=9.83; D(2)=-2.88; a(2)= 22.55; b(2)=5.45;

t=3: Y(3)=29.99; D(3)=2.75; a(3)= 29.01; b(3)=5.63;

t=4: P(3+1)=34.64 (leia-se previsão a um passo)

t=5: P(3+2)=40.27 (leia-se previsão a dois passos)

10. **Método Holt-Winters Aditivo:**

t=3: s(3)=75-131.25=-56.25;

t=4: b(4)=6.25; s(4)= 200-131.25=68.75;

t=5: a(5)=129.688; b(5)=3.906; s(5)=16.406

t=6: P(5+1)=102.344 (leia-se previsão a um passo)

t=7: P(5+2)=153.906 (leia-se previsão a dois passos)

t=8: P(5+3)=157.812 (leia-se previsão a três passos)

t=9: P(5+4)=161.718 (leia-se previsão a quatro passos)

11. **Demonstração:**

$$M_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)M_{t-1} \Leftrightarrow$$

$$M_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(\alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha)M_{t-2}) \Leftrightarrow$$

$$M_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)\alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha)^2 M_{t-2} \Leftrightarrow$$

$$M_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)\alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha)^2(\alpha Y_{t-2} + (1 - \alpha)M_{t-3}) \Leftrightarrow$$

$$M_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)\alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha)^2\alpha Y_{t-2} + (1 - \alpha)^3 M_{t-3} \Leftrightarrow$$

...

$$M_t = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (1 - \alpha)^i Y_{t-i}$$

12. (Não resolvemos)

13. **Método Holt:**

t=156: b(156)=0.037;

t=157: a(157)=4.183;b(157)=0.063;

t=158: $P(157+1)=4.246$ (leia-se previsão a um passo)
t=159: $P(157+2)=4.309$ (leia-se previsão a dois passos)
t=160: $P(157+3)=4.562$ (leia-se previsão a três passos)

14. Método Holt-Winters multiplicativo:

t=10: $a(10)=7.5$; $b(10)=23.75$; $s(10)=1.0133$;

t=14: $P(14+1)=103.863$ (leia-se previsão a um passo)